

9/1.

Az  $a$  egész paraméter mely értékeire van az egyenletnek megoldása az egész számok halmazán?

$$ax - 2x(5 - a) - 6(2a - 3x) = 2x - 3a(3 - 4x) + 3$$

Megoldás:

$$ax - 2x(5 - a) - 6(2a - 3x) = 2x - 3a(3 - 4x) + 3$$

$$ax - 10x + 2ax - 12a + 18x = 2x - 9a + 12ax + 3$$

$$3ax + 8x - 12a = 12ax + 2x - 9a + 3$$

$$6x - 9ax = 3a + 3$$

$$2x - 3ax = a + 1$$

1 pont

$$x(2 - 3a) = a + 1$$

1 pont

Ha  $2 - 3a = 0 \rightarrow a = \frac{2}{3}$ , akkor nincs megoldás.

1 pont

Ha  $a \neq \frac{2}{3}$  (ez mindig fennáll, mivel  $a \in \mathbb{Z}$ ), akkor  $x = \frac{a+1}{2-3a}$

1 pont

$$x = \frac{a+1}{2-3a} = -\frac{-a-1}{2-3a} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{-3a-3}{-3a+2} = -\frac{1}{3} \cdot \frac{-3a+2-5}{-3a+2} = -\frac{1}{3} \cdot \left(1 + \frac{-5}{-3a+2}\right)$$

1 pont

$$-3a + 2 \in \{-5; -1; 1; 5\}$$

1 pont

$$a \in \left\{\frac{7}{3}; 1; \frac{1}{3}; -1\right\}$$

1 pont

Mivel  $a \in \mathbb{Z}$ , ezért csak az  $a = 1$  és az  $a = -1$  eseteket kell tovább vizsgálni.

$$\text{Ha } a = 1, \text{ akkor } x = -2 \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Ha } a = -1, \text{ akkor } x = 0 \in \mathbb{Z}$$

1 pont

Ellenőrzés.

1 pont

Válasz:  $a \in \{-1; 1\}$  esetén lesz megoldása az egyenletnek az egész számok halmazán. 1 pont

9/2.

Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{|x-5|}{x-5} - |2x-12| = |2-x|$$

Megoldás:

*Kikötés:  $x \neq 5$*

1 pont

1. eset  $x \leq 2$

$$\frac{-x+5}{x-5} - (-2x+12) = 2-x$$

$x = 5$  a kikötés miatt nem megoldás és nem az adott intervallumban van.

2 pont

2. eset  $2 < x < 5$

$$\frac{-x+5}{x-5} - (-2x+12) = -2+x$$

$x = 11$  nem az adott intervallumban van.

2 pont

3. eset  $5 \leq x < 6$

$$\frac{x-5}{x-5} - (-2x+12) = -2+x$$

$x = 9$  nem az adott intervallumban van.

2 pont

4. eset  $x \geq 6$

$$\frac{x-5}{x-5} - (2x-12) = -2+x$$

$x = 5$  a kikötés miatt nem megoldás és nem az adott intervallumban van.

2 pont

*Válasz: Nincs megoldás.*

1 pont

9/3.

Oldd meg az egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{x-2}{3x+9} - \frac{5x^2-31x+4}{6x^2+6x-36} = \frac{3-x}{2x-4}$$

Megoldás:

*Kikötés:  $x \neq 2; x \neq -3$*

*1 pont*

$$3x+9 = 3(x+3)$$

$$2x-4 = 2(x-2)$$

$$6x^2+6x-36 = 6(x-2)(x+3)$$

*2 pont*

*Közös nevező:  $6(x-2)(x+3)$*

*1 pont*

$$2(x-2)^2 - (5x^2-31x+4) = 3(3-x)(x-3)$$

*1 pont*

$$2x^2-8x+8-5x^2+31x-4 = -3x^2+27$$

*2 pont*

$$-3x^2+23x+4 = -3x^2+27$$

$$23x = 23$$

$$x = 1 \quad \text{a kikötésnek megfelel}$$

*1 pont*

*Ellenőrzés.*

*1 pont*

*Válasz:  $x = 1$*

*1 pont*