

10/1 algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést, melyben  $a$  és  $b$  nemnegatív valós számokat jelölnek és  $a > b$ !

$$\sqrt{\left(\frac{ab}{a^2b+ab^2} : \frac{a^2-ab}{a^2+ab} + \frac{ab+3a+b+3}{b^2+6b+9}\right) \cdot \frac{3a+ab-3b-b^2}{a(a-b+1)+3}} = ?$$

Megoldás:

$$a \neq 0; b \neq 0; a \neq b; a(a-b+1)+3 \neq 0 \quad 1 \text{ pont}$$

Mivel  $a > 0; b > 0; a > b$ , ezért igaz, hogy

$$\left(\frac{ab}{a^2b+ab^2} : \frac{a^2-ab}{a^2+ab} + \frac{ab+3a+b+3}{b^2+6b+9}\right) \cdot \frac{3a+ab-3b-b^2}{a(a-b+1)+3} \geq 0 \quad 1 \text{ pont}$$

$$\frac{ab}{a^2b+ab^2} : \frac{a^2-ab}{a^2+ab} = \frac{1}{a-b} \quad 2 \text{ pont}$$

$$\frac{ab+3a+b+3}{b^2+6b+9} = \frac{a+1}{b+3} \quad 2 \text{ pont}$$

$$\frac{1}{a-b} + \frac{a+1}{b+3} = \frac{a^2+a-ab+3}{(a-b)(b+3)} \quad 1 \text{ pont}$$

$$\frac{a^2+a-ab+3}{(a-b)(b+3)} \cdot \frac{3a+ab-3b-b^2}{a(a-b+1)+3} = 1 \quad 2 \text{ pont}$$

$$\sqrt{1} = 1 \quad 1 \text{ pont}$$

10/2. algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$\sqrt[3]{\left(\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x+6} - \frac{96x^2 - 384x + 384}{32x^2 - 128} + 2\right) \cdot \frac{x+2}{x+30} \cdot \sqrt[3]{3}} = ?$$

Megoldás:

$$x \neq -30; x \neq -2; x \neq 2$$

1 pont

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x+6} = \frac{4x}{3x+6}$$

1 pont

$$\frac{96x^2 - 384x + 384}{32x^2 - 128} = \frac{24(2x-4)^2}{8(2x-4)(2x+4)} = \frac{3(2x-4)}{2x+4}$$

2 pont

$$\frac{4x}{3x+6} - \frac{3(2x-4)}{2x+4} = \frac{-10x+36}{6x+12}$$

2 pont

$$\frac{-10x+36}{6x+12} + 2 = \frac{x+30}{3x+6}$$

1 pont

$$\frac{x+30}{3x+6} \cdot \frac{x+2}{x+30} = \frac{1}{3}$$

2 pont

$$\sqrt[3]{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[3]{3} = 1$$

1 pont

10/3. algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést, melyben  $x \geq 1$ !

$$\left( \sqrt[3]{\frac{x-1}{2}} : \sqrt{\frac{1}{2x^2-4x+2}} \right) \cdot \sqrt[6]{\frac{32}{x^2-2x+1}} = ?$$

Megoldás:

$$x \neq 1$$

1 pont

$$2x^2 - 4x + 2 = 2(x-1)^2$$

1 pont

$$\sqrt[3]{\frac{x-1}{2}} : \sqrt{\frac{1}{2x^2-4x+2}} = \sqrt[6]{\frac{(x-1)^2}{2^2} \cdot 2^3(x-1)^6}$$

2 pont

$$\sqrt[6]{\frac{(x-1)^2}{2^2} \cdot 2^3(x-1)^6} = \sqrt[6]{2(x-1)^8}$$

2 pont

$$\sqrt[6]{2(x-1)^8} \cdot \sqrt[6]{\frac{32}{(x-1)^2}} = \sqrt[6]{64(x-1)^6}$$

2 pont

$$\sqrt[6]{64(x-1)^6} = 2|x-1| = 2(x-1), \text{ mivel } x > 1$$

2 pont