

10/1. egyenlet

Oldd meg az egyenletet az egész számok halmazán!

$$\frac{2x-3}{3x+9} - \frac{5x^2-31x+4}{6x^2+6x-36} = \frac{2-3x}{2x-4}$$

Megoldás:

*Kikötés:  $x \neq 2; x \neq -3$*

*1 pont*

$$3x + 9 = 3(x + 3)$$

$$2x - 4 = 2(x - 2)$$

$$6x^2 + 6x - 36 = 6(x - 2)(x + 3)$$

*1 pont*

*Közös nevező:  $6(x - 2)(x + 3)$*

*1 pont*

$$2(2x - 3)(x - 2) - (5x^2 - 31x + 4) = 3(2 - 3x)(x + 3)$$

$$4x^2 - 6x - 8x + 12 - 5x^2 + 31x - 4 = 6x - 9x^2 + 18 - 27x$$

*1 pont*

$$8x^2 + 38x - 10 = 0$$

$$4x^2 + 19x - 5 = 0$$

*1 pont*

$$x_{1;2} = \frac{-19 \pm \sqrt{441}}{8}$$

*1 pont*

$x_1 = \frac{1}{4}$  *nem megoldás, mert nem egész szám*

*1 pont*

$x_2 = -5$  *eleme az értékkészletnek*

*1 pont*

*Ellenőrzés.*

*1 pont*

*Válasz:  $x = -5$*

*1 pont*

10/2.

Oldd meg az egész számok halmazán a következő egyenletet!

$$\frac{9 \cdot |x - 4|}{2 \cdot (x - 4)} - \sqrt{4x^2 - 48x + 144} = \sqrt{4 - 4x + x^2}$$

Megoldás:

*Kikötés:  $x \neq 4$*

1 pont

$$\sqrt{4x^2 - 48x + 144} = |2x - 12|$$

1 pont

$$\sqrt{4 - 4x + x^2} = |2 - x|$$

1 pont

$$\frac{9|x - 4|}{2(x - 4)} - |2x - 12| = |2 - x|$$

1. eset  $x \leq 2$

$$\frac{9(-x + 4)}{2(x - 4)} - (-2x + 12) = 2 - x$$

$$x = \frac{37}{6} \quad \text{nem az adott intervallumban van és nem egész szám.}$$

1,5 pont

2. eset  $2 < x < 4$

$$\frac{9(-x + 4)}{2(x - 4)} - (-2x + 12) = -2 + x$$

$$x = \frac{29}{2} \quad \text{nem az adott intervallumban van és nem egész szám.}$$

1,5 pont

3. eset  $4 < x < 6$

$$\frac{9(x - 4)}{2(x - 4)} - (-2x + 12) = -2 + x$$

$$x = \frac{11}{2} \quad \text{nem egész szám.}$$

1,5 pont

4. eset  $x \geq 6$

$$\frac{9(x - 4)}{2(x - 4)} - (2x - 12) = -2 + x$$

$$x = \frac{37}{6} \quad \text{nem egész szám.}$$

1,5 pont

*Válasz: Nincs megoldás.*

1 pont

10/3.

Az  $m$  egész paraméter milyen értékei mellett lesz az alábbi egyenletben a gyökök reciprokanak az összege egész szám?

$$(x^2 + x + m)(x^2 + x + 2m) - 6m^2 = 0$$

Megoldás:

Új ismeretlen bevezetése  $a = x^2 + x$  1 pont

$$(a + m)(a + 2m) - 6m^2 = 0$$

$$a^2 + 3am - 4m^2 = 0$$
 1 pont

$$a_1 = m \quad a_2 = -4m$$
 1 pont

1. eset ha  $a_1 = m$ , akkor  $x^2 + x - m = 0$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{x_1 + x_2}{x_1 \cdot x_2} = -\frac{b}{c} \text{ (Viete)}$$
 1 pont

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = \frac{1}{m}$$
 1 pont

$m = \pm 1$  esetén lesz egész szám 1 pont

2. eset ha  $a_1 = m$ , akkor  $x^2 + x + 4m = 0$

$$\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -\frac{1}{4m} \quad m \in \mathbb{Z} \text{ esetén nem lehet egész}$$
 2 pont

Ellenőrzés. 1 pont

Válasz:  $m = \pm 1$  esetén lesz a gyökök reciprokanak az összege egész szám. 1 pont