

11/1. algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést, melyben a és b nemnegatív valós számokat jelölnek!

$$\log_{21} \left[\left(\frac{ab}{a^2b + ab^2} : \frac{a^2 - ab}{a^2 + ab} + \frac{ab + 3a + b + 3}{b^2 + 6b + 9} \right) \cdot \frac{3a + ab - 3b - b^2}{a(a - b + 1) + 3} \right] = ?$$

Megoldás:

$$a \neq 0; b \neq 0; a \neq b$$

1 pont

$$\frac{ab}{a^2b + ab^2} : \frac{a^2 - ab}{a^2 + ab} = \frac{1}{a - b}$$

2 pont

$$\frac{ab + 3a + b + 3}{b^2 + 6b + 9} = \frac{a + 1}{b + 3}$$

2 pont

$$\frac{1}{a - b} + \frac{a + 1}{b + 3} = \frac{a^2 + a - ab + 3}{(a - b)(b + 3)}$$

2 pont

$$\frac{a^2 + a - ab + 3}{(a - b)(b + 3)} \cdot \frac{3a + ab - 3b - b^2}{a(a - b + 1) + 3} = 1$$

2 pont

$$\log_{21} 1 = 0$$

1 pont

11/2. algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$\sin \left[\left(\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x+6} - \frac{96x^2 - 384x + 384}{32x^2 - 128} + 2 \right) \cdot \frac{x+2}{x+30} \cdot \pi \right] = ?$$

Megoldás:

$$x \neq -30; x \neq -2; x \neq 2$$

1 pont

$$\frac{x-1}{x+2} + \frac{x+3}{3x+6} = \frac{4x}{3x+6}$$

1 pont

$$\frac{96x^2 - 384x + 384}{32x^2 - 128} = \frac{24(2x-4)^2}{8(2x-4)(2x+4)} = \frac{3(2x-4)}{2x+4}$$

2 pont

$$\frac{4x}{3x+6} - \frac{3(2x-4)}{2x+4} = \frac{-10x+36}{6x+12}$$

2 pont

$$\frac{-10x+36}{6x+12} + 2 = \frac{x+30}{3x+6}$$

1 pont

$$\frac{x+30}{3x+6} \cdot \frac{x+2}{x+30} = \frac{1}{3}$$

2 pont

$$\sin \left(\frac{1}{3} \pi \right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

1 pont

11/3. algebra

Hozd a lehető legegyszerűbb alakra az alábbi kifejezést!

$$\sqrt[5]{\sin\left(\frac{\pi\cos^2x}{\cos 2x + 1}\right)} = ?$$

Megoldás:

$$x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \quad k \in \mathbb{Z} \quad 2 \text{ pont}$$

$$\cos 2x + 1 = \cos^2 x - \sin^2 x + \cos^2 x + \sin^2 x = 2\cos^2 x \quad 3 \text{ pont}$$

$$\frac{\pi\cos^2 x}{\cos 2x} = \frac{\pi\cos^2 x}{2\cos^2 x} = \frac{\pi}{2} \quad 3 \text{ pont}$$

$$\sin\frac{\pi}{2} = 1 \quad 1 \text{ pont}$$

$$\sqrt[5]{1} = 1 \quad 1 \text{ pont}$$